

1571631

ХАРКІВСЬКИЙ
НАЦІОНАЛЬНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ
мені В. Н. КАРАЗІНА



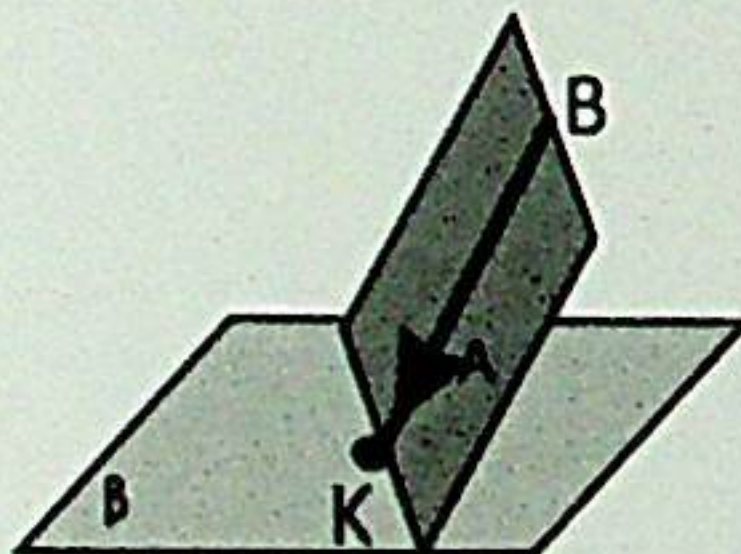
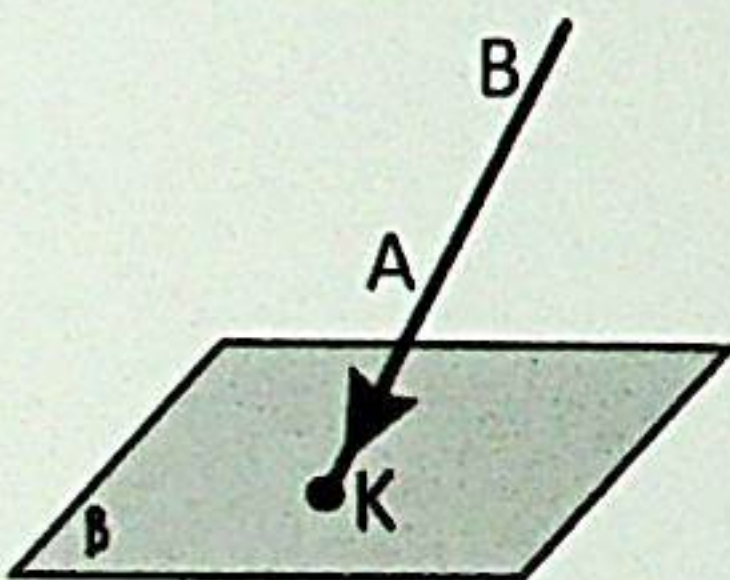
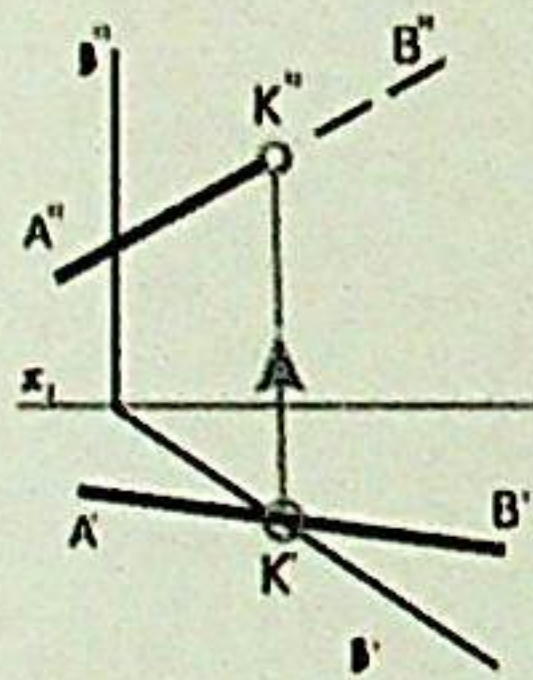
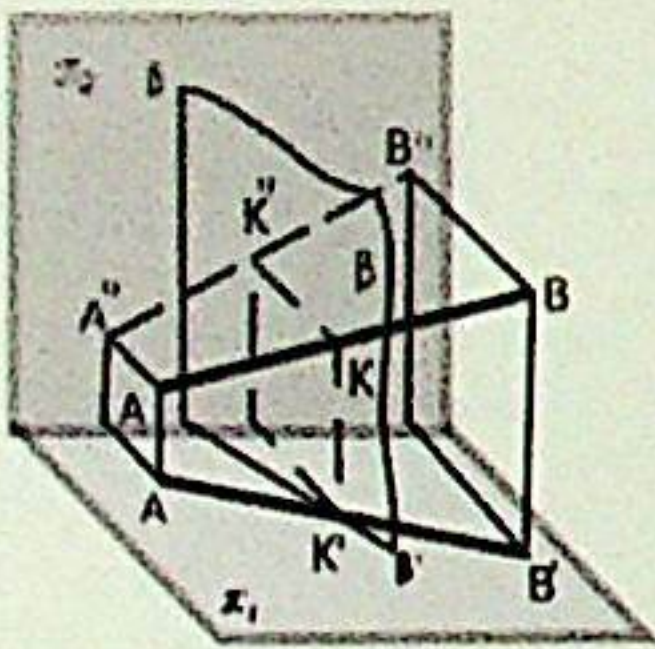
ЕВКЛІД



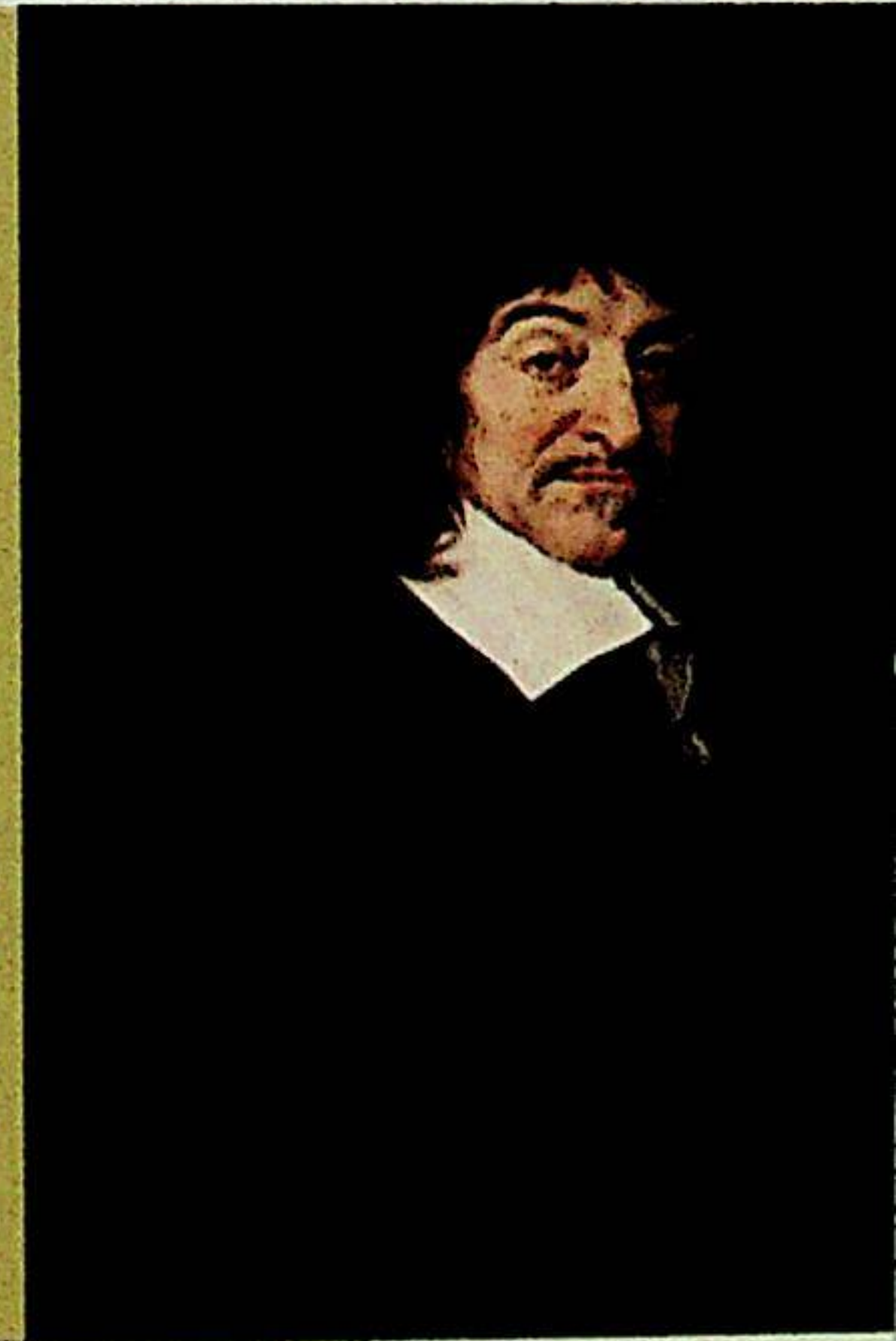
О. Л. ЯМПОЛЬСЬКИЙ

АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ

Вектори, прямі і площини



Рене Декарт



Навчально-методичний посібник

Навчальний посібник призначено для самостійної роботи в процесі вивчення основ аналітичної геометрії та лінійної алгебри і розрахований на студентів математичних спеціальностей університетів, зокрема для студентів першого курсу факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Більшість вправ подано з розв'язками і підказками. Додатково в посібник включені деякі застосування методів аналітичної геометрії, а також елементи багатовимірної геометрії.

Зміст

1	Позиційна аналітична геометрія	7
1.1	Вектори й операції над ними	7
1.1.1	Векторний простір, базис векторного простору, координати вектора	8
1.1.2	Афінна система координат	12
1.2	Позиційні задачі на площині в афінних координатах	13
1.2.1	Рівняння прямої в афінній системі координат на площині	13
1.2.2	Позиційна задача «точка – пряма»	16
1.2.3	Позиційна задача «пряма – пряма»	16
1.3	Позиційні задачі в просторі в афінних координатах	18
1.3.1	Рівняння прямої і площини в афінних координатах у просторі	18
1.3.2	Позиційна задача «точка – площина»	21
1.3.3	Позиційна задача «точка – пряма»	22
1.3.4	Позиційна задача «пряма – площина»	22
1.3.5	Позиційна задача «площина – площина»	23
1.3.6	Позиційна задача «пряма – пряма»	26
1.4	Пучок прямих, пучок площин, зв'язка прямих	28
2	Метрична аналітична геометрія	29
2.1	Скалярний добуток геометричних векторів	29
2.2	Орієнтація	31
2.3	Векторний, подвійний векторний і мішаний добуток	34
2.3.1	Векторний і подвійний векторні добуток	34
2.3.2	Мішаний добуток векторів	38
2.4	Позиційно-метричні задачі на евклідовій площині	40
2.4.1	Загальне рівняння прямої на евклідовій площині	40
2.4.2	Позиційно-метрична задача «точка – точка»	40
2.4.3	Позиційно-метрична задача «точка – пряма»	41
2.4.4	Позиційно-метрична задача «пряма – пряма»	42
2.5	Позиційно-метричні задачі в евклідовому просторі	43
2.5.1	Загальне рівняння площини в евклідовому просторі	43
2.5.2	Позиційно-метрична задача «точка – площина»	44

2.5.3	Позиційно-метрична задача «точка – пряма»	45
2.5.4	Позиційно-метрична задача «пряма – площина»	46
2.5.5	Позиційно-метрична задача «площина – площина»	47
2.5.6	Позиційно-метрична задача «пряма – пряма»	48
2.6	Метричні обчислення в афінних координатах	51
3	Застосування методів аналітичної геометрії	59
3.1	Геометричні місця точок і траєкторії руху точки	59
3.2	Рухи на площині і в просторі	68
3.2.1	Означення й аналітичне подання руху	68
3.2.2	Спеціальні види рухів на площині	71
3.2.3	Класифікація рухів на площині	73
3.2.4	Класифікація рухів у просторі	74
3.3	Комплексні числа, кватерніони і опис оберտального руху	79
3.4	Опуклі множини і задача лінійної оптимізації	85
4	Елементи багатовимірної аналітичної геометрії	91
4.1	Взаємне розташування двох площин у A^n	95
4.2	Практичний спосіб з'ясування розташування площин у A^n	99
4.2.1	Геометрична інтерпретація системи лінійних рівнянь	99
4.2.2	Побудова базису суми підпросторів	100
4.2.3	Побудова базису перетину підпросторів	101
4.2.4	З'ясування взаємного розташування площин	102
4.3	Кут між площинами в евклідовому просторі E^n	105
4.3.1	Кут між трансверсальними підпросторами в E^n	107
4.3.2	Кут між нетрансверсальними підпросторами в E^n	109
4.4	Відстань між точками і площинами в E^n	111